Kausalität und EPR-Korrelationen

Gerd Graßhoff Uni Bern

9. November 2007

Lieber Heisenberg [Zürich, 15. Juni 1935, Brief-Nr. 412]

Lieber Heisenberg! [...] 1. Einstein hat sich wieder einmal zur Quantenmechanik öffentlich geäußert und zwar im Heft des Physical Review vom 15. Mai (gemeinsam mit Podolsky und Rosen - keine gute Kompanie übrigens). Bekanntlich ist das jedes Mal eine Katastrophe, wenn es geschieht. „Weil, so schließt er messerscharf - nicht sein kann, was nicht sein darf“ (Morgenstern).

Lieber Heisenberg [Zürich, 15. Juni 1935, Brief-Nr. 412]

Lieber Heisenberg! [...] 1. Einstein hat sich wieder einmal zur Quantenmechanik öffentlich geäußert und zwar im Heft des Physical Review vom 15. Mai (gemeinsam mit Podolsky und Rosen - keine gute Kompanie übrigens). Bekanntlich ist das jedes Mal eine Katastrophe, wenn es geschieht. „Weil, so schließt er messerscharf - nicht sein kann, was nicht sein darf" (Morgenstern). Immerhin möchte ich ihm zugestehen, daß ich, wenn mir ein Student in jüngeren Semestern solche Einwände machen würde, diesen für ganz intelligent und hoffnungsvoll halten würde. -

Lieber Heisenberg [Zürich, 15. Juni 1935, Brief-Nr. 412]

Lieber Heisenberg! [...] 1. Einstein hat sich wieder einmal zur Quantenmechanik öffentlich geäußert und zwar im Heft des Physical Review vom 15. Mai (gemeinsam mit Podolsky und Rosen - keine gute Kompanie übrigens). Bekanntlich ist das jedes Mal eine Katastrophe, wenn es geschieht. „Weil, so schließt er messerscharf - nicht sein kann, was nicht sein darf" (Morgenstern).Immerhin möchte ich ihm zugestehen, daß ich, wenn mir ein Student in jüngeren Semestern solche Einwände machen würde, diesen für ganz intelligent und hoffnungsvoll halten würde. -Da durch die Publikation eine gewisse Gefahr einer Verwirrung der öffentlichen Meinung - namentlich in Amerika - besteht, so wäre es vielleicht angezeigt, eine Erwiderung darauf ans Physical Review zu schicken, wozu ich Dir gerne zureden möchte. Vielleicht lohnt es sich also doch, wenn ich Papier und Tinte vergeude, um diejenigen durch die Quantenmechanik geforderten Tatbestände zu formulieren, die Einstein besonders geistige Beschwerden machen.

Lieber Heisenberg [Zürich, 15. Juni 1935, Brief-Nr. 412]

Lieber Heisenberg! [...] 1. Einstein hat sich wieder einmal zur Quantenmechanik öffentlich geäußert und zwar im Heft des Physical Review vom 15. Mai (gemeinsam mit Podolsky und Rosen - keine gute Kompanie übrigens). Bekanntlich ist das jedes Mal eine Katastrophe, wenn es geschieht. „Weil, so schließt er messerscharf - nicht sein kann, was nicht sein darf" (Morgenstern).Immerhin möchte ich ihm zugestehen, daß ich, wenn mir ein Student in jüngeren Semestern solche Einwände machen würde, diesen für ganz intelligent und hoffnungsvoll halten würde. -Da durch die Publikation eine gewisse Gefahr einer Verwirrung der öffentlichen Meinung - namentlich in Amerika - besteht, so wäre es vielleicht angezeigt, eine Erwiderung darauf ans Physical Review zu schicken, wozu ich Dir gerne zureden möchte. Vielleicht lohnt es sich also doch, wenn ich Papier und Tinte vergeude, um diejenigen durch die Quantenmechanik geforderten Tatbestände zu formulieren, die Einstein besonders geistige Beschwerden machen.

Mechanismen

Pauli: Mechanismen

Der Zustand sei durch irgendwelche Mechanismen - z.B. frühere Wechselwirkung von 1 und 2 oder sonstwie - hergestellt. Einstein betont nun den zutreffenden Umstand, daß Messungen am Teilchen 2 das Teilchen 1 sicher nicht stören können und weiter die Aussagen der Quantenmechanik:

A) Habe ich durch Messung an 2 den Wert $x_2 0$ *für die Koordinate gefunden, so kann ich das Ergebnis der* x_1*-Messung an 1 mit Sicherheit voraussagen, nämlich den Wert* $x_0 - x_2 0$*. Nach der Messung an 2 ist 1 im Zustand mit der Eigenfunktion* $\delta[x_1 - (x_0 - x_2 0)]$.

B) Habe ich durch Messung an 2 andrerseits den Wert $p_2 0$ *für den Impuls* p_2 *festgestellt, so kann ich das Ergebnis der* $\mathfrak{p}_1$*-Messung an 1 mit Sicherheit voraussagen, nämlich den Wert* $P_0 - p_2 0$*. Nach der Messung an 2 ist 1 im Zustand mit der Eigenfunktion* $e^{\frac{i}{\hbar}(P_0 - p_2 0)x_1}$.

Tiefes Gefühl

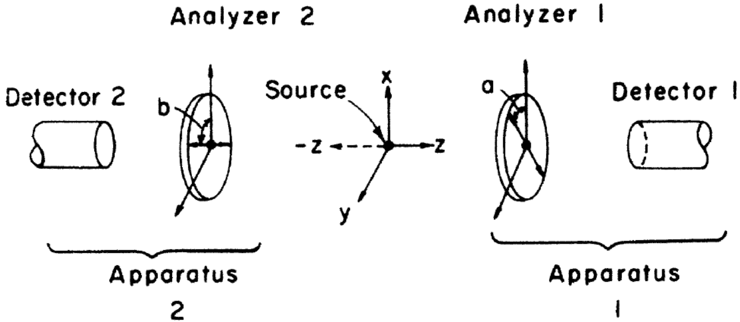
Jetzt kommt das „tiefe Gefühl“ und sagt weiter: „Da die Messungen an 2 das Teilchen 1 nicht stören können, muß es eine ‘physikalische Realität’ genanntes Etwas geben, nämlich den Zustand des Teilchens 1 an sich - unabhängig davon, welche Messungen man an 2 gemacht hat. Es ist doch absurd, anzunehmen, daß das Teilchen 1 durch Messungen an 2 verwandelt, d.h. von einem Zustand in einen anderen übergeführt wird. In Wahrheit ist die quanten-mechanische Beschreibung von 1 richtig, aber unvollständig. Eine vollständige Beschreibung müßte dem Zustand des Teilchens 1 Merkmale zuordnen, die auch alle diejenigen Eigenschaften von 1 schon enthalten, die - nach möglichen Messungen an 2, welche 1 nicht stören - mit Sicherheit vorausgesagt werden können.“

Andere Meinungen

Schrödinger

[Anwort Schrödinger ...] alle, mit denen ich zum ersten Mal darüber sprach, weil sie ihr Kopenhagener Credo in unum sanctum gut gelernt hatten. Drei Tage nachher kam meistens die Mitteilung: was ich neulich sagte war natürlich ganz unrichtig, viel zu kompliziert. Oder es hieB (Szilard): ich muß mir erst überlegen, was ich Ihnen verbieten muß. Aber klare Auskunft, warum alles so klar und einfach ist, bekam ich noch nicht. Einer meinte vollends: das ist doch fast genau so wie klassisch. Wenn ich von zwei Oszillatoren bloß die Energien, aber nicht die Phasen kenne, weiß ich doch nicht was herauskommt und der ganze Einwand richtet sich nur gegen die Vollständigkeit!

The EPR-Experiment



The analyzed type of experimental arrangement distinguishes five groups of events:

- The source from which two particles are emitted in opposite direction to interact with the measuring devices.
- Two analyser of the measuring devices which in our case have three directions each in which they interact with the particle.
- Two detectors which register whether a photon passed the analyzer or not.

Outcomes

This description assumes that the outcomes at the detectors are distinct events, hence it is possible that one event on the right detector occurs and it does not follow logically which event on the left side is measured in the detector. In particular this holds for coinciding events.

Assumption (SEP)

The coinciding pairs of instances L^+ — R^-, L^- — R^+ are distinct events.

Notation

Detectors The left detector events are of type L^+ or L^-.

Analyzers The left analyzer M is in one of three positions M_i, analog the right analyzer in position N_i.

Causes Physical properties of the particles and emitting source being causes for the subsequent events. Without restriction we assign for each type of event at the measuring device a distinct cause C_{ij}^{LR}.

Assumption (PCORR)

$$
\begin{aligned}
M_i N_i L^+ &\rightarrow R^- \qquad (1)\\
M_i N_i L^- &\rightarrow R^+ \qquad (2)\\
M_i N_i R^+ &\rightarrow L^- \qquad (3)\\
M_i N_i R^- &\rightarrow L^+ \qquad (4)
\end{aligned}
$$

Probabilities

From the perfect correlation follow the probabilities:

$$p(L^+|R^- \wedge M_i \wedge N_i) = 1 \quad (5)$$

$$p(R^+|L^- \wedge M_i \wedge N_i) = 1 \quad (6)$$

Correlation

When parallel settings are chosen only two pair of outcomes are predicted by quantum mechanics: up in the right wing and down in the left wing, or vice versa; with parallel settings the outcomes are perfectly (anti-) correlated. It is assumed that this correlation is neither due to causal relevance of one outcome for the other (LOC1), nor event identity (SEP). These are our assumptions LOC1 and SEP.

Assumption (LOC1)

No outcome is causally relevant for another outcome.

Assumption (SEP)

The outcomes are distinct events.

The only option of explanation left is that the outcomes in the separated wings have some causes in common. In order for the correlation to be perfect any factor that with parallel settings causes L^+, for instance, with parallel settings also has to cause R^-. The principle of causality demands that, given parallel settings, L^+ and R^- do not occur without one of their (common) causes.

Assumption (CAUS)

An effect does not occur without at least one of its causes.

The principle of causal relevance, moreover, secures that count as causes only factors that are part of a *minimally* sufficient condition in the sense that parts of the condition *alone* are not sufficient for the effect.

Assumption (RLV1)

Causes are parts of a minimally sufficient condition for their effect.

All common causes collected

Let us define C_{ii}^{+-} as the disjunction of all these alternative common causes bringing about the up-down combination L^+R^- when parallel settings are chosen. C_{ii}^{+-} is together with M_iN_i sufficient for L^+R^- and, as matter of logic, also for L^+ and R^- alone, for instance:

$$C_{11}^{+-}M_1N_1 \vee C_{22}^{+-}M_2N_2 \vee C_{33}^{+-}M_3N_3 \quad \rightarrow \quad L^+R^- \rightarrow L^+ \tag{7}$$

By a further locality condition we assume in particular that we can discard the respective N_is from the above implication.

Assumption (LOC2)

The measurement operations in one wing are not causally relevant for the outcomes in the respective distant wing.

Thus we arrive at

$$C_{11}^{+-} M_1 \vee C_{22}^{+-} M_2 \vee C_{33}^{+-} M_3 \quad \rightarrow \quad L^+. \tag{8}$$

Since we assume that there is no outcome without measurement,

Assumption (NOWM)

$$L^+ \rightarrow M_i, \tag{9}$$

each disjunct in the above implication is a *minimally* sufficient condition for L^+. We again invoke also the principle of causal relevance; this time to secure that count as causes only those factors that at least in one situation are the only instantiated sufficient condition. Other factors, even if sufficient, are not included in the disjunction C_{ii}^{+-}. In this sense the above implication is also *minimally* necessary; it is a *Minimal Theory* for L^+.

Assumption (RLV2)

Causes are parts of a minimally necessary disjunctive condition for their effect.

By similar arguments we also arrive at a Minimal Theory for R^+:

Result

MTH

$$C_{11}^{+-}M_1 \vee C_{22}^{+-}M_2 \vee C_{33}^{+-}M_3 \rightleftharpoons L^+ \tag{10}$$

$$C_{11}^{-+}N_1 \vee C_{22}^{-+}N_2 \vee C_{33}^{-+}N_3 \rightleftharpoons R^+ \tag{11}$$

Intermediary Resume

The present derivation does not assume a *common* common cause (CCC) nor do the conjunctions of the separate common causes C_{ii}^{+-} and C_{ii}^{-+} qualify as a common common cause. For instance, although $C_{11}^{+-}C_{22}^{+-}$ is together with M_1 a sufficient condition for L^+ it is disqualified as a cause because C_{11}^{+-} *alone* is sufficient together with M_1; C_{22}^{+-} is identified as an irrelevant component of the sufficient condition.
The derivation shows that causality is a *consequence* of perfectly correlating pairs of events, not its assumption. Only at the end of the derivation of MTH it is shown that factors being part of MTH are causally relevant according to the definition of its terms.

MTH imply

When parallel settings are chosen only two pair of outcomes are (ideally) observed: up in the right wing and down in the left wing, or vice versa. Let us define C_{ii}^{+-} as the disjunction of all alternative common causes bringing about the up-down combination L^+R^- when parallel settings are chosen. From the minimal theories and using no conspiracy we get the following.

$$p(L^+R^+|M_1N_2) = p(C_{11}^{+-}C_{22}^{-+}) \tag{12}$$

$$p(L^+R^+|M_2N_3) = p(C_{22}^{+-}C_{33}^{-+}) \tag{13}$$

$$p(L^+R^+|M_1N_3) = p(C_{11}^{+-}C_{33}^{-+}) \tag{14}$$

In order to compare these three expressions it is suitable to eliminate C_{22}^{-+} from the first equation. We then have only three types of common causes in the arguments of the probability functions, not four. This we can achieve by using the assumption that exactly one of L^+ and L^- is instantiated in each run:

Assumption (EX1)

$$L^+ \rightarrow \neg L^-. \tag{15}$$

Assumption (EX2)

$$\neg L^+ M_i \rightarrow L^-. \tag{16}$$

From EX1 it follows that $p(L^+L^-) = 0$. By the minimal theories for L^+ and L^- this implies $p(C_{22}^{+-}C_{22}^{-+}) = 0$. By the probability theorem according to which $p(A) = 0$ implies $p(AB) = 0$ for any B, any term that contains $C_{22}^{+-}C_{22}^{-+}$ as one of its conjuncts vanishes, for instance we get $p(C_{11}^{+-}C_{22}^{+-}C_{22}^{-+}) = 0$.

By a similar argument we can show that any term that contains $\neg C_{22}^{+-} \neg C_{22}^{-+}$ as one of its conjuncts vanishes. EX2 is the assumption that at least one of the two outcomes L^+ or L^- is instantiated in each run where a measurement is performed. An instance of this assumption is

$$\neg L^+ M_2 \longrightarrow L^-. \tag{17}$$

This implies that

$$p(\neg L^+ \neg L^- M_2) = 0. \tag{18}$$

By the minimal theories for L^+ and L^- this implies

$$p(\neg C_{22}^{+-} \neg C_{22}^{-+} M_2) = 0, \tag{19}$$

which by no conspiracy leads to

$$p(\neg C_{22}^{+-} \neg C_{22}^{-+}) p(M_2) = 0. \tag{20}$$

$p(M_2)$ is not zero since we assume that there are some runs in which the experimenter choses to measure in direction 2. Therefore $p(\neg C_{22}^{+-} \neg C_{22}^{-+}) = 0$. Again by the probability theorem according to which $p(A) = 0$ implies $p(AB) = 0$ for any B we can derive

$$p(C_{11}^{+-} \neg C_{22}^{+-} \neg C_{22}^{-+}) = 0. \tag{21}$$

Using these results and applying the probability theorem according to which $p(A) = p(AB) + p(A\neg B)$ to equation 12 we get

$$\begin{aligned} p(L^+R^+|M_1N_2) &= p(C_{11}^{+-}C_{22}^{-+}) \\ &= \underbrace{p(C_{11}^{+-}C_{22}^{+-}C_{22}^{-+})}_{=0} + p(C_{11}^{+-}\neg C_{22}^{+-}C_{22}^{-+}) \\ &= p(C_{11}^{+-}\neg C_{22}^{+-}) - \underbrace{p(C_{11}^{+-}\neg C_{22}^{+-}\neg C_{22}^{-+})}_{=0} \\ &= p(C_{11}^{+-}\neg C_{22}^{+-}). \end{aligned} \tag{22}$$

Applying again the probability theorem according to which $p(A) = p(AB) + p(A\neg B)$ we can expand the terms on the right-hand side of equations 22, 13 and 14 as follows.

$$\begin{aligned} p(L^+R^+|M_1N_2) &= p(C_{11}^{+-}\neg C_{22}^{+-}C_{33}^{-+}) \\ &\quad + p(C_{11}^{+-}\neg C_{22}^{+-}\neg C_{33}^{-+}) && (23) \\ p(L^+R^+|M_2N_3) &= p(C_{11}^{+-}C_{22}^{+-}C_{33}^{-+}) \\ &\quad + p(\neg C_{11}^{+-}C_{22}^{+-}C_{33}^{-+}) && (24) \\ p(L^+R^+|M_1N_3) &= p(C_{11}^{+-}C_{22}^{+-}C_{33}^{-+}) \\ &\quad + p(C_{11}^{+-}\neg C_{22}^{+-}C_{33}^{-+}) && (25) \end{aligned}$$

BELL

The two terms on the right-hand side of equation 25 show up in the right-hand sides of equations 23 and 24 besides additional terms. The following version of the Bell inequality (BELL) therefore obtains.

Result (BELL)

$$p(L^+R^+|M_1N_3) \leq p(L^+R^+|M_1N_2) + p(L^+R^+|M_2N_3). \tag{26}$$

This inequality has been empirically falsified.